Fyzikálny korešpondenčný seminár, kategória FX
XVI. ročník, 2020/2021
FX, KTFDF FMFI UK, Mlynská dolina, 842 48 Bratislava

Zadania 1. kola letnej časti

Termín odoslania 26. 07. 2021

1.1 Exotické trenie **9 bodov**

Ronyho už prestal baviť dokonalý svet z fyzikálnych príkladov kde neexistuje trenie, so spontánnou túžbou generalizovať sa tak rozhodol, že spočíta ako kmitá harmonický oscilátor ak je naviac tlmený silou úmernou n-tej mocnine rýchlosti:

$$F = -\beta |v|^{n-1} v$$

Po niekoľkých pokusoch riešiť diferenciálnu rovnicu exaktne to však vzdal a teraz hľadá aspoň približné riešenie pre malé trenie.

Môžete predpokladať, že pohyb bude harmonický s 'obalovou krivkou': $x(t) = A(t) \cdot \cos(\omega t)$. Nájdite $A(t)$ pre ľubovoľné n. Overte presnosť tohto výsledku pre suché ($n = 0$) a viskózne ($n = 1$) trenie exaktným výpočtom $x(t)$.

1.2 Neutríno a neutrónová hviezda **9 bodov**

Predpokladajme, že neutrónová hviezda sa skladá z nukleónov (protónov a neutrónov) natlačených na seba podobne ako v jadre atómu.

1. Odhadnite objemovú koncentráciu týchto nukleónov. Predpokladajme, že v hviezde vznikne neutríno, ktorého energia je príliš malá na to, aby sa interakciou s týmito nukleónmi premenilo na inú časticu. Bude teda interagovať iba pomocou nenabitých prúdov (Z bozón). Takúto interakciu môžeme z pohľadu neutrína aproximovať ako zmenu smeru svojho pohybu do náhodného smeru, účinný prierez tejto interakcie je približne 10^{-45} m^2.
2. Aká bude potom stredná voľná dráha neutrína v neutrónovej hviezde?
3. Predpokladajme, že neutríno vzniklo v strede neutrónovej hviezdy, ktorá má polomer 10 km. Ako dlho potrvá, kým z nej vyletí? (Pri tejto časti si neváhajte pomôcť aj počítačom.)

1.3 Asteroidy a steroidy **9 bodov**

a) Majme oblak asteroidov, kde sa nachádzajú v koncentrácii n (počet na objem) telesá priemernej hmotnosti m. Do tejto oblasti zvonku vletí omnoho masívnejšia hviezda Žerucha s hmotnosťou $M \gg m$ a polomerom R. Aké množstvo materiálu stihne Žerucha pohltiť pri prechode oblakom na trase dĺžky L? Zanedbajte gravitačný vplyv ostatných telies na trajektóriu hviezdy a jej zmenu gravitačného poľa alebo polomeru v dôsledku pohlcovania hmoty. Za okamih pohltenia považujte „náraz" na jej povrch. Tiež zanedbajte akékoľvek okrajové efekty v dôsledku konečnosti oblaku.

   Pomôcka: pri vzájomných gravitačných interakciách môžete uvažovať celkovú energiu E (systému hviezda--asteroid!) ako $E > 0$

b) Teraz uvažujte malý asteroid Pepek hmotnosti μ. Pepek neberie steroidy a je tak primalý na to, aby výrazne ovplyvnil trajektórie okolitých asteroidov. Do toho istého vesmírneho oblaku vstúpil s vektorom rýchlosti

$\vec{v}$. Odhadnite rádovo časovú škálu randomizácie rýchlosti, teda dobu za akú Pepek v dôsledku náhodných impulzov zo strany väčších asteroidov „stratí pamäť" o pôvodnom smere svojho pohybu. Neočakáva sa počítanie žiadnych integrálov, dôležitejšie než bezrozmerný faktor (blízky 1 na logaritmickej škále) je určiť závislosť tejto doby na dôležitých fyzikálnych parametroch príkladu.

Pomôcka: V režime „slabej interakcie", teda na veľmi málo vychýlenej trajektórii platí, že prakticky všetok impulz je odovzdaný v oblasti maximálneho priblíženia, teda v oblasti kde vzdialenosť telies je rádovo podobná impakt parametru b. Impakt parameter je kolmá (teda minimálna) vzdialenosť masívneho telesa od predĺženia Pepkovej pôvodnej trajektórie.

c) Predpoklad z pomôcky k úlohe B si vieme pomerne jednoducho overiť: zrátajte aký impulz (teda zmenu vektoru hybnosti) udelí Pepkovi jedno gravitačné centrum, okolo ktorého prelieta na prakticky nevychýlenej trajektórii s impakt parametrom b a rýchlosťou v „mínus nekonečne" v. Znova, rátame impulz ktorý sám o sebe trajektóriu vychyľuje, ale je omnoho menší než pôvodná celková hybnosť, a preto zanedbávame zmenu tvaru trajektórie pre potreby výpočtu tohto impulzu. Integrál ktorý vám výjde smelo hodťe do Wolframu Alpha, alebo môžete použiť vhodnú substitúciu.