

Zadania 1. kola letnej časti

Termín odoslania 21. 06. 2019

1.1 Relativistický odraz

Hladkú vodorovnú platničku dielektrického materiálu s indexom lomu n rozpo pohybujeme vo vodorovnom smere na rýchlosť v . Následne na ňu vertikálne zasvietime nepolarizovaným svetlom. Aká musí byť jej rýchlosť, aby bolo odrazené svetlo úplne polarizované?

1.2 Asteroid

Jerguš na skúške zo všeobecnej teórie relativity zistil, že už nevie spočítať gravitačnú silu medzi dvomi homogénnymi guľami s hmotnosťami m_1 a m_2 , polomerami r_1 a r_2 a vzdialenosťou stredov $R > r_1 + r_2$ vrámci Newtonovej teórie. Presnejšie, nebol si istý, či to vie odvodiť správne.

Odvodte túto silu a dôkladne popíšte každý krok. Body budú dané za presnosť vašich argumentov, nie za výsledok. Základné vzťahy (ako napr. Gaussov zákon pre gravitáciu) môžete považovať za známe.

[3 body]

Malý asteroid s hmotnosťou M a polomerom R obieha po kružnici vo vnútri veľkej plynnej planéty uhlovou rýchlosťou ω . Pre jednoduchosť budeme predpokladať, že plynná planéta rotuje tiež uhlovou rýchlosťou ω a jej hustota v oblasti, kde je planétka je ρ_0 .¹ Spočítajte veľkosť vztlakovej sily pôsobiacej na asteroid, ak plyn považujeme za izotermický s teplotou T . Gravitačné pôsobenie asteroidu na plyn planéty nezanedbajte.

Hint: Keďže planéta je omnoho väčšia ako asteroid, jej gravitačné pôsobenie považujte za konštantné so zrýchlením g .

[6 bodov]

1.3 Vlnová dĺžka?

V tomto príklade sa pozrieme na efekt, ktorý ste si mohli už niekedy všimnúť, ak ste leteli lietadlom. Keď Maťo naposledy letel lietadlom, tak si všimol, že nad celým Nemeckom, Francúzskom aj Veľkou Britániou sa nachádzajú oblaky skondenzované v prúžkoch. I tu ho zaujala otázka, či by sa nedala zistiť typická „vlnová dĺžka“ týchto oblakov. To bude vašou úlohou v tejto úlohe.

¹Týmto myslíme, že ak by tam planétka nebola, na jej mieste by mal plyn hustotu ρ_0 .



Obrázok 1: Průžkové oblaky.

Uvažujme atmosféru popísanú distribúciou hustoty $\rho(h)$ od výšky h . Predstavme si, že hustota vzduchu $\rho(h)$ je konštantná vo vrstvách rovnakej výšky a vrstvu nachádzajúcu sa v nejakej výške vychýlime o h' vzhľadom na vrstvy okolo, tak, že nedochádza premiešavaniu vzduchu rôznych hustôt. Odvoďte pohybovú rovnicu pre výchylku h' vrstvy vzduchu nachádzajúcu sa pôvodne vo výške h . Ukážte, že táto rovnica sa dá napísať v tvare

$$\frac{\partial^2 h'}{\partial t^2} = \frac{g}{\rho(h)} \frac{\partial \rho(h)}{\partial h} h'.$$

[3 body]

Vložením adiabatickej atmosféry (zvyšné hodnoty vhodne odhadnite) nájdite gradient hustoty a na základe neho príslušnú uhlovú frekvenciu kmitov ω vrstvy vzduchu, ak sa vychýli od okolia o malú výšku h' .

[3 body]

Uvážením faktu, že pre gravitačné vlny - vlny, pri ktorých je dominantnou vratnou silou gravitácia - platí pre fázovú rýchlosť vln $v = \omega/k$ vzťah

$$v = \sqrt{gk},$$

kde k je vlnové číslo, nájdite typickú vlnovú dĺžku takýchto atmosférických vln ležiacich v realistickej výške.

1.4 Elipsa

Katka sa rada hrá s rôznymi útvarmi. Napríklad si pokladá svoju obľúbenú elipsu na roviny naklonené pod rôznymi uhlami. Niekedy sa elipsa skotúľa dole, inokedy sa len nakloní a zostane stáť. Vedeli by ste pre Katku spočítať, pre aké uhly sklonu roviny α sa elipsa s polosami a a b neskotúľa dole, ak je trenie dostatočne veľké, aby neprešmykovala?