

Zadania 1. kola zimnej časti

Termín odoslania 12. 01. 2026

1.1 Janči mal tieň

9 bodov

Janči si pokojne vykračoval a zrazu ho oziabalo. O koľko klesne množstvo energie dopadajúce na zem kvôli zatmeniu Slnka v mieste, kde je zatmenie úplné?

Uvažujme dva modely:

1. **Model s konštantným vyžarovaním:** Povrch Slnka vyžaruje rovnomerne do každého smeru.
2. **Lineárny model s korekciou do prvého rádu:** Povrch Slnka vyžaruje ako

$$\frac{I(\psi)}{I(0)} = (1 - u) + u \cos \psi,$$

kde $I(\psi)$ je intenzita žiarenia z povrchu Slnka pod uhlom ψ (meraný od normály) a u je fixný parameter modelu.

Pre prvý model vypočítajte profil poklesu. Pre oba modely vypočítajte priemernú hodnotu poklesu počas celého zatmenia a popíšte závislosť priemerného poklesu na parametri u .

Predpokladajte, že:

- Slnko je guľa.
- Slnko a Mesiak majú kruhový obrys rovnakej veľkosti.
- Dráhy Slnka a Mesiaca sú zarovnané a stred Mesiaca prechádza cez stred Slnka.

1.2 Jakub mal sen

9 bodov

Jakuba zaujímalo, ako veľmi je náš gravitačný zákon výnimočný a či neexistujú iné zákony, ktoré by tiež viedli k uzavretým periodickým dráham. Predpokladajte, že Slnko stojí nehybne v strede sústavy a gravitačný potenciál planéty $V(r)$ závisí iba od vzdialenosti od Slnka r . Aké sú všetky možné funkcie $V(r)$, ktoré vedú k periodickým dráham planéty bez ohľadu na počiatočnú polohu a rýchlosť?

Nápoveda 1: Najprv sa pozrite na kruhové dráhy, potom na skoro kruhové dráhy (lineárne) a následne na všeobecnejšie dráhy, napr. skoro kruhové dráhy (nelineárne).

Nápoveda 2: Pre popis periodických funkcií existuje vhodne zvolený tvar (ansatz) funkcií.

1.3 Lego mal sklon

9 bodov

Lego má dosku naklonenú pod uhlom α voči rovnomernému smeru. Na tejto doske sa pohybuje hmotný bod. Medzi doskou a bodom je trenie s koeficientom statického trenia f_s a koeficientom dynamického trenia f_d . Platí $f_s > f_d$. Hmotnému bodu udelíme rýchlosť v_0 v rovine dosky a pod uhlom φ meraného voči smeru nahor po doske. Aká bude konečná rýchlosť bodu v závislosti od parametrov systému a od počiatočných podmienok?