

Zadania 1. kola zimnej časti

Termín odoslania 13. 01. 2025

1.1 Nabíť guľa

9 bodov

Vodivú guľu s polomerom R umiestnime do homogénneho elektrického poľa intenzity E . Na povrchu gule sa distribuuje náboj. Guľu rozrežeme na dve polovice rovinou kolmou na elektrické pole. Aký náboj je na pologuliach?

1.2 Relativistická plachetnica

9 bodov

NASA sa rozhodla poslať low-cost misiu k Proxima Centauri. Sonda má na sebe zrkadlo natočené smerom na Zem, na ktoré svietime zo Zeme lasermi. Laserový lúč sa od zrkadla odráža a urýchľuje sondu svetelným tlakom. Za aký čas príde sonda do cieľa (čas je meraný v pokojovej sústave Zem – Proxima Centauri)? A akú bude mať rýchlosť na konci cesty? Lasery majú vlnovú dĺžku $\lambda = 650 \text{ nm}$ a celkový výkon $P = 10 \text{ MW}$, sonda má hmotnosť $m = 0,1 \text{ kg}$ a Proxima Centauri je vzdialená $d = 4,2 \text{ ly}$. Predpokladajte, že NASA sa veľmi nezaoberala technickými detailami (ako zaostrenie laserov na veľké vzdialenosti) a všetko svetlo z laserov sa odráža od sondy späť.

Nápoveda: Najprv vypočítajte zrážku jedného fotónu so sondou.

1.3 3D kmity s 3 pružinami

9 bodov

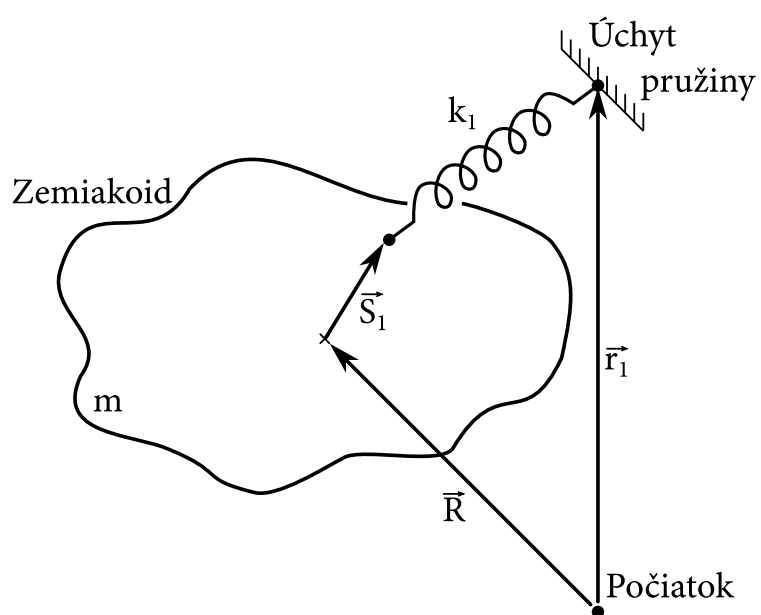
a) Na hmotný bod o hmotnosti m sú pripevnené tri pružiny s nulovou pokojovou dĺžkou a tuhosťami k_1, k_2 a k_3 . Tie pružiny su upevnené na steny jaskyne v bodoch $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$ a $\mathbf{r}_3$. Tiažové zrýchlenie je $\mathbf{g}$. Nájdite rovnovážnu polohu $\mathbf{R}$, hmotného bodu a nájdite periódu kmitov okolo neho.

b) Majme rovnakú situáciu ako v a), ale namiesto hmotného bodu sa jedná o tuhé teleso (takzvaný všeobecný zemiakoid). Označme polohu jeho ťažiska ako $\mathbf{R}$ a body, v ktorých su pružiny upevnené na zemiakoid ako $\mathbf{s}_1, \mathbf{s}_2$ a $\mathbf{s}_3$ (merané vzhľadom na ťažisko v rovnovážnej polohe). Aká musí platiť podmienka, aby bol pohyb ťažiska $\mathbf{R}$ totožný tomu v časti a), teda aby pohyb ťažiska nezávisel od rotačného pohybu?

Nápoveda: Pokiaľ nemáte skúsenosti s maticami, tak predpokladajte malé uhly rotácie od rovnovážnej polohy.

c) Predpokladajte, že niekto nám zemiakoid ošúpal na tvar gule (homogénnej) s momentom zotrvačnosti I a pripevnil naň pružiny tak aby platila podmienka z b). Ukážte, že v tomto prípade bude aj rotačný pohyb nezávislý od translačného. Okolo akej osi máme rotačne vychýliť guľu o malý uhol aby vykonávala harmonické rotačné kmity okolo tejto osi?

V celej úlohe predpokladajte, že pružiny ani závažia nenarazia do skaly.



Obrázok 1.3.1: Náčrt s vyznačenou jednou pružinou.